

Figure 5.5 : Le viaduc de Trezzo sur l'Adda, long de 112 m, vue vers le nord (SNOS, 1914).



Figure 5.6 : Le viaduc de Trezzo sur l'Adda, vue vers le sud, en 2021 : une « malheureuse » transformation. Seules les fondations d'origine subsistent. Les piles métalliques ont été enrobées de béton. A l'arrière-plan, le pont de l'autoroute Milan – Venise.

Article de Röthlisberger en 1886 présentant la méthode analytique-pratique pour le calcul de ponts en arc

Le SNOS est fier de cette réussite. Röthlisberger écrit pour la revue turinoise *Ingegneria civile e arti industriale* un article intitulé « Del ponte ad arco sull'Adda vicino a Trezzo e di metodo analitico-pratico per calcolare la resistenza di un arco metallico », publié entre août et décembre 1886. Röthlisberger dispose de compétences théoriques importantes dans le calcul des ouvrages de génie civil. Il avait développé la théorie de Culmann, basée sur « l'ellipse centrale d'inertie » de l'arc. Il présente dans ce journal, sa méthode de calcul analytique-pratique des arcs. Dans l'introduction, l'éditeur écrit (trad.) :

« La SNOS a maintenant achevé avec succès un grand pont en arc sur l'Adda, près de Trezzo. G. Röthlisberger, élève distingué de l'illustre professeur Culmann, après avoir appliqué la méthode graphique à l'étude du pont de Trezzo, en conservant les principes de son professeur, a proposé de compléter la théorie du professeur Culmann, en l'expliquant à l'aide du seul calcul.

» La direction de la Société, enchantée du résultat obtenu par son éminent ingénieur, publia cette méthode analytique en un très petit nombre d'exemplaires pour son usage privé ; et nous, avec la permission de l'éminent ingénieur commendatore O. Moreno, directeur de la SNOS, croyons rendre un service aux constructeurs et aux ingénieurs en reproduisant pour la première fois dans ce périodique la théorie du professeur Culmann appliquée à l'arc et démontrée analytiquement par l'ingénieur Röthlisberger. »

Röthlisberger présente dans la *SBZ* du 10 mars 1887, dans un article écrit en français, sous forme simplifiée, sa méthode appliquée au calcul de la poussée de l'arc élastique à deux pivots. Il indique dans le paragraphe « application des formules précédentes à un cas particulier » :

« Ayant eu l'occasion de construire un pont en arc circulaire [viaduc de Trezzo], nous y avons appliqué cette méthode de calcul. »

La méthode de calcul proposée en 1886 par Röthlisberger consiste à diviser l'arc en éléments ou tronçons d'égale longueur, par analogie à l'approche avec la « graphique statique ». La même année le professeur Ritter publie *Der elastische Bogen berechnet mit Hilfe der graphischen Statik*.

Un extrait de cet article (fig. 5.7) illustre le type de calculs qu'effectue l'ingénieur civil et le style de rédaction de Röthlisberger, qui précise « l'extrême simplicité » du procédé :

« Bien que le calcul de l'arc soit devenu très familier aux ingénieurs, nous croyons rendre quelque service, en exposant ici un nouveau procédé de calcul de la poussée de l'arc à deux pivots, qui se distingue de ceux actuellement en usage par son extrême simplicité.

» Pour la déduction de nos formules, nous partirons de l'expression bien connue qui donne la déformation horizontale de la corde d'un arc, et qui est établie sous la supposition que les déformations provenant de l'effort tranchant peuvent être négligées. Ce que nous pouvons exprimer par le remarquable théorème :

» Dans un arc symétrique à deux pivots, la poussée d'une force verticale quelconque est égale à la force, multipliée par le moment statique des ordonnées de l'arc appliquées à sa corde, et divisée par la somme du carré des ordonnées, augmentée de la portée de l'arc multipliée par le rapport ($d^2/\Delta s$) [fig. 5.8].

» Par l'application de cette méthode, le calcul d'un arc à deux pivots n'est pas plus compliqué que celui d'une poutre reposant librement sur deux appuis. »

Il présente les tableaux de ses calculs (fig. 5.9, 5.10 et 5.11). Le lecteur peut les comprendre et les vérifier avec un tableur.

Dans son article de référence écrit en italien, publié dans *Ingegneria civile* durant le second semestre de 1886, Röthlisberger compare ses résultats avec trois méthodes de calcul : la méthode graphique, l'approche basée sur la théorie analytique de 1879 du professeur Jacob von Weyrauch sur les arcs élastiques et sa méthode analytique-pratique.

$$7) \quad H = P \frac{M_y}{\sum_0^l y^2 + \frac{d^2}{\Delta s} l}$$

Figure 5.8 : Théorème de Röthlisberger (SBZ, 10 mars 1887, ETHZ Bibliothek).

Figure 5.7 (à droite) : Extrait de l'article de Jules Röthlisberger sur le calcul de la poussée de l'arc élastique à deux pivots (SBZ, 10 mars 1887, ETHZ Bibliothek).

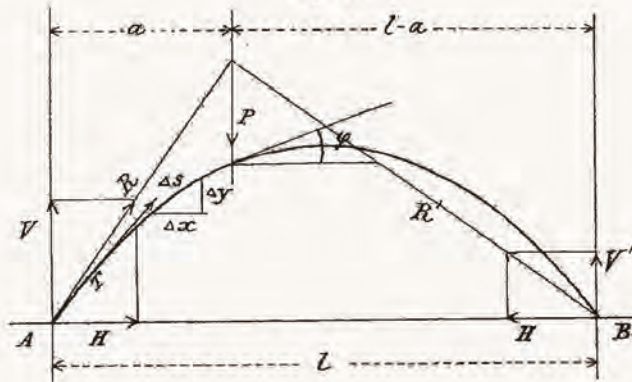
En désignant par b la déformation horizontale de la corde de l'arc, on a

$$1) \quad b = - \int_0^l \frac{M}{EJ} y \, ds + \int_0^l T \frac{\Delta x}{EF}$$

T étant l'effort tangentiel produit par une force verticale quelconque appliquée à l'arc.

La pratique enseigne que la section des nervures d'un arc varie beaucoup moins que celle d'une poutre continue, et que l'on peut, sans commettre une erreur pratiquement appréciable, la supposer constante, ainsi qu'on le fait toujours pour les poutres continues à hauteur constante.

Fig. 1.



Si nous admettons que la section de la nervure de l'arc, que nous désignerons par $\frac{1}{2}F$, soit concentrée autour de son centre de gravité, et si nous appelons d la demi-distance des centres de gravité des nervures, nous pourrions poser

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} F \right) (2d)^2 = Fd^2$$

Introduisant cette valeur dans l'expression 1), et remarquant que E est constant, il vient

$$2) \quad b EF = - \int_0^l M \cdot y \frac{\Delta s}{d^2} + \int_0^l T \cdot \Delta x$$

Soient P une force verticale quelconque, R et R' ses réactions, φ l'angle de la tangente de l'arc avec l'horizontale, et T la composante tangentielle de la force extérieure, nous aurons

$$T = V \sin \varphi + H \cos \varphi$$

ou
$$T = V \frac{\Delta y}{\Delta s} + H \frac{\Delta x}{\Delta s}$$

Remplaçant T par sa valeur dans le second terme du deuxième membre de l'équation 2) il vient

$$\int_0^l T \Delta x = \int_0^l V \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta s} + \int_0^l H \frac{\Delta x^2}{\Delta s}$$

Il conclut (trad.) :

« En admettant que le calcul de la poussée par la méthode graphique soit le plus exact, puisqu'il se fait avec le moins d'hypothèses arbitraires, il en résulte que les résultats donnés par notre formule (7) sont aussi proches que ceux de la formule du professeur Weyrauch. Dans le cas pratique qui nous occupe, les valeurs données par notre formule ne s'écartent pas de plus de 1/2 pour 100. »

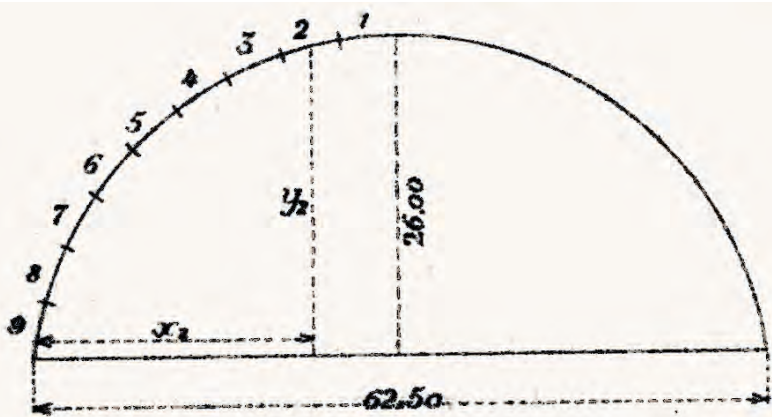


Figure 5.9 (en haut) : Schéma pour le calcul de la poussée horizontale d'un arc à deux articulations. Dans l'exemple présenté (pont de Trezzo), l'arc est divisé en 18 tronçons. Il est relevé sur le dessin l'abscisse « x_i » et l'ordonnée « y_i » moyenne de chaque tronçon « i » (SBZ, 10 mars 1887, ETHZ Bibliothek).

L'arc en question a une corde de 62,50 m et une flèche de 26,0 m. Nous l'avons divisé en 18 tronçons d'égale longueur pour chacun desquels nous avons relevé sur le dessin l'abscisse et l'ordonnée moyennes. — Comme la hauteur de l'arc est constante, nous appliquons la formule 7) Nous avons

| | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------|
| $x_1 = 28,42 \text{ m}$ | $y_1 = 25,91 \text{ m}$ | $y_1^2 = 671,33$ |
| $x_2 = 23,62$ | $y_2 = 25,16$ | $y_2^2 = 633,03$ |
| $x_3 = 18,92$ | $y_3 = 23,64$ | $y_3^2 = 558,85$ |
| $x_4 = 14,52$ | $y_4 = 21,40$ | $y_4^2 = 457,96$ |
| $x_5 = 10,52$ | $y_5 = 18,50$ | $y_5^2 = 342,25$ |
| $x_6 = 7,04$ | $y_6 = 15,00$ | $y_6^2 = 225,00$ |
| $y_7 = 4,15$ | $y_7 = 11,00$ | $y_7^2 = 121,00$ |
| $x_8 = 1,92$ | $y_8 = 6,58$ | $y_8^2 = 31,13$ |
| $x_9 = 0,40$ | $y_9 = 1,89$ | $y_9^2 = 3,57$ |
| | <hr/> | <hr/> |
| total | 149,08 | total 3044,12 |

d'où

$$\sum_0^l y^2 = 2 \times 3044,12 = 6088,24$$

La valeur de Δs , c'est à dire la longueur de l'axe d'un des tronçons de l'arc est de 4,94 m, la demi-hauteur d'arc est de 1,25 m, d'où

$$l \frac{d^2}{\Delta s} = \frac{1,25^2}{4,94} \cdot 61,70 = 19,51$$

le dénominateur de H est donc égal à

$$\sum_0^l y^2 + \frac{d^2}{\Delta s} l = 6088,24 + 19,51 = 6107,7$$

Si maintenant nous considérons les ordonnées comme des forces appliquées à l'extrémité de leurs abscisses, leur réaction sera égale à la moitié de la somme des y , soit à 149,08 et leurs moments statiques aux points x_1, x_2, x_3 seront

$$\begin{aligned} M_1 &= 149,08 \times 28,12 - 1789,0 = 2447,9 \\ M_2 &= 149,08 \times 23,62 - 1193,9 = 2325,4 \\ M_3 &= 149,08 \times 18,92 - 737,1 = 2083,5 \\ M_4 &= 149,08 \times 14,52 - 409,9 = 1754,7 \\ M_5 &= 149,08 \times 10,52 - 198,0 = 1370,3 \\ M_6 &= 149,08 \times 7,04 - 78,0 = 971,5 \\ M_7 &= 149,08 \times 4,15 - 21,8 = 506,9 \\ M_8 &= 149,08 \times 1,92 - 2,9 = 283,3 \\ M_9 &= 149,08 \times 0,40 = 59,6 \end{aligned}$$

Enfin en divisant ces moments par 6107,7 nous obtenons les poussées pour la charge de 1 tonne, appliquée successivement au droit de chacune des ordonnées de l'arc.

$$\begin{aligned} H_1 &= 0,4008 \\ H_2 &= 0,3807 \\ H_3 &= 0,3390 \\ H_4 &= 0,2873 \\ H_5 &= 0,2243 \\ H_6 &= 0,1591 \\ H_7 &= 0,0977 \\ H_8 &= 0,0464 \\ H_9 &= 0,0097 \\ \hline \text{total} &= 1,9450 \end{aligned}$$

Figure 5.10 (à gauche) et 5.11 (en haut) : Calcul selon la méthode « analytique-pratique » des « poussées pour la charge de 1 tonne, appliquée successivement au droit de chacune des ordonnées de l'arc » (SBZ, 10 mars 1887, ETHZ Bibliothek).

Pont de Casalmaggiore en Lombardie sur le Po : 1885-1887

La construction du pont ferroviaire de Casalmaggiore (coord. : 44.97875N, 10.41811E) sur le Pô, long de 1085 m, est la première d'une série de très longs ponts métalliques, réalisés sous la direction de Jules Röthlisberger, franchissant des fleuves d'importance européenne, le Pô en Italie du Nord et le Danube en Hongrie.

Leurs fondations sont construites selon le procédé à l'air comprimé. La Savigliano fabrique alors en série un modèle standard de caissons métalliques (fig. 5.12).

La qualité de ces travaux permettra de rénover ces ouvrages malgré d'importantes destructions lors de bombardements durant la Seconde Guerre mondiale.

Dans une publication de 2016, les professeurs Tullia Iori et Sergio Poretta de l'Université de Rome, historiens de la construction, écrivent (trad.) :

« Enfin, la séquence de ponts ferroviaires construits sur le Pô permet de décrire en détail la transition entre les structures qui furent réalisées par des entreprises étrangères et celles construites par des entreprises indigènes.

» Jusqu'à l'arrivée de la construction métallique, le grand fleuve n'avait jamais eu de traversée stable. Après l'Unification, en quelques années pas moins de six ponts à treillis furent construits. Et si les quatre premiers furent l'œuvre de concepteurs et d'entreprises étrangers, les deux derniers, ceux de Casalmaggiore et de Crémone, furent désormais conçus et calculés par des ingénieurs italiens et construits par la plus grande entreprise italienne : la Società Nazionale delle Officine di Savigliano, la SNOS. »

Le pont ferroviaire à simple voie de Casalmaggiore sur le Pô (fig. 5.13) est situé sur la ligne reliant les gares de Parme et de Brescia. D'une longueur de 1085 m, c'est le plus long pont construit par Röthlisberger. Il est composé de 17 travées d'une longueur moyenne de 63 m. Le pont est inauguré le 22 mai 1887. Les fondations ont une profondeur maximale de 26 m sous le niveau des basses-eaux.

Les huit premières travées du pont, du côté de Casalmaggiore franchissent le Pô et son bras, alors que les neuf travées suivantes sont situées au-dessus des zones inondables du Pô.

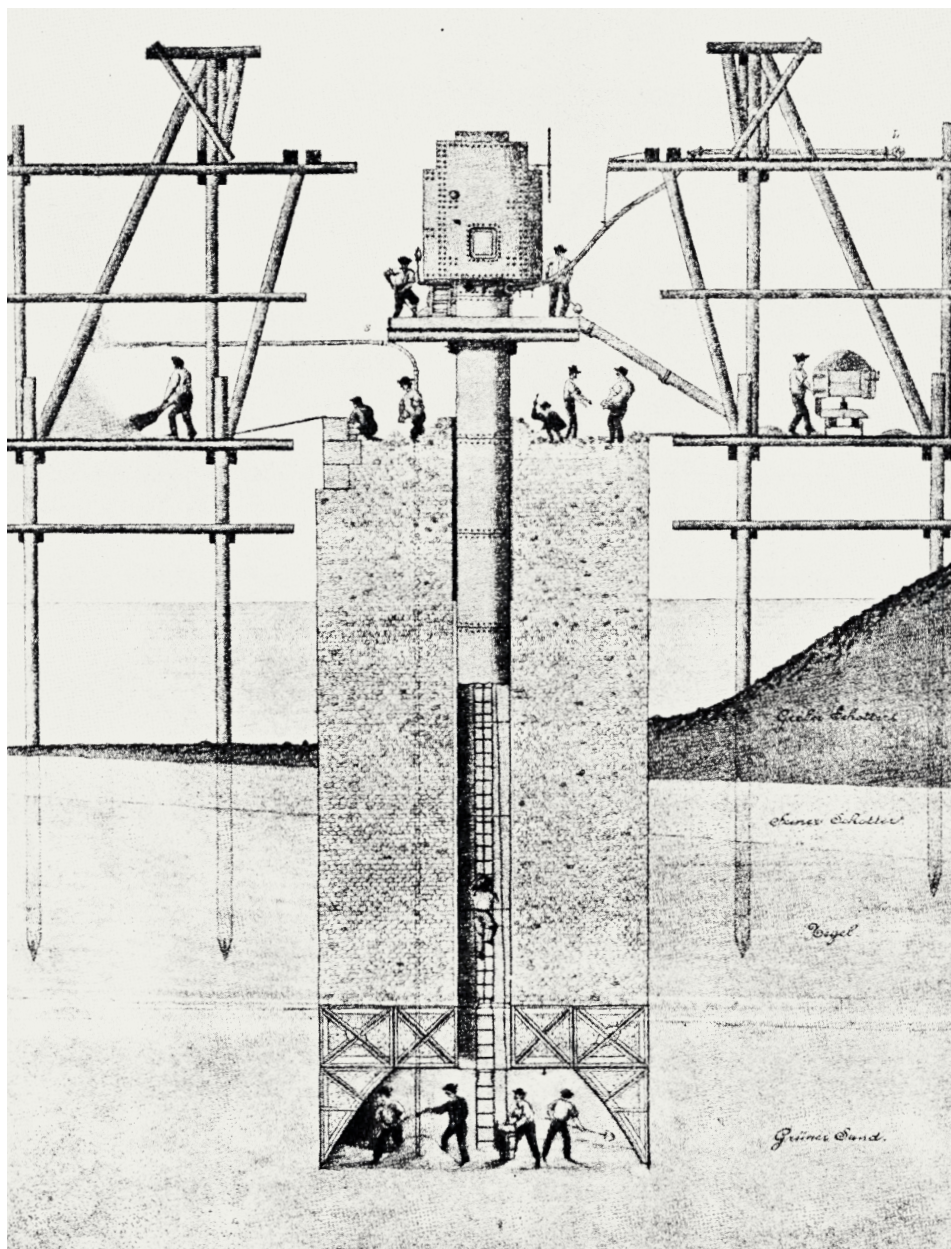


Figure 5.12 : Construction à l'air comprimé. Coupe à travers un caisson (Aloïs Lode, *Atmosphäre*, 1911, p. 447).

Le pont, fortement endommagé lors de bombardements durant la Seconde Guerre mondiale, sera réparé (fig. 5.14 et 5.15). Sur la digue protégeant la ville de Casalmaggiore sur la rive gauche du Pô, une échelle hydrométrique graduée a été gravée sur un plan incliné en pierre. Des inscriptions rappellent les dates et les niveaux les plus élevés de crue du fleuve. En 1868, le niveau de l'eau se trouvait à la cote de 6.07 m par rapport au niveau de référence. Le niveau maximum fut atteint le 19 octobre 2000 à la cote de 8.14 m. La digue a été surélevée et restaurée en 1954 après la grande crue de 1951. Le pont de 1887 fut conçu avec une marge de hauteur libre suffisante permettant aussi la navigation sur le Pô.

Figure 5.13 : Le pont de Casalmaggiore sur le Pô, vue depuis la rive gauche, long de 1085 m avec 17 travées (SNOS, 1914).

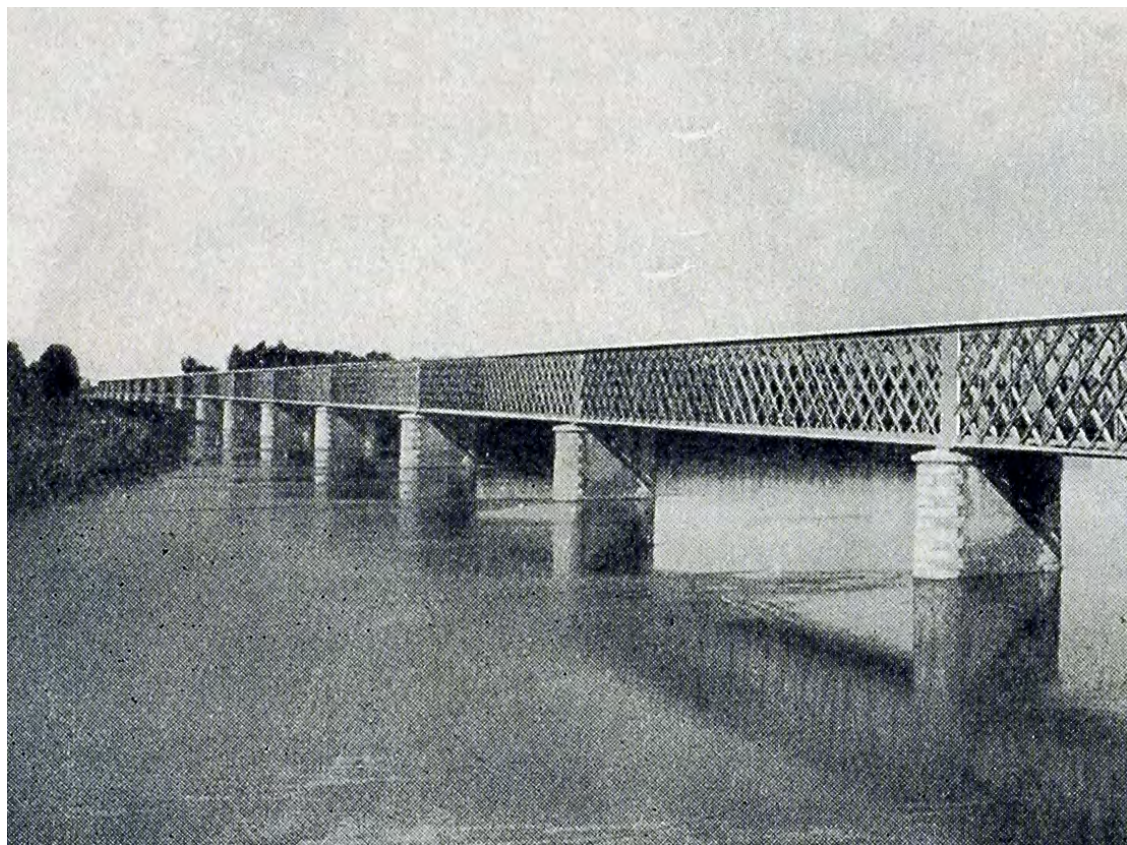
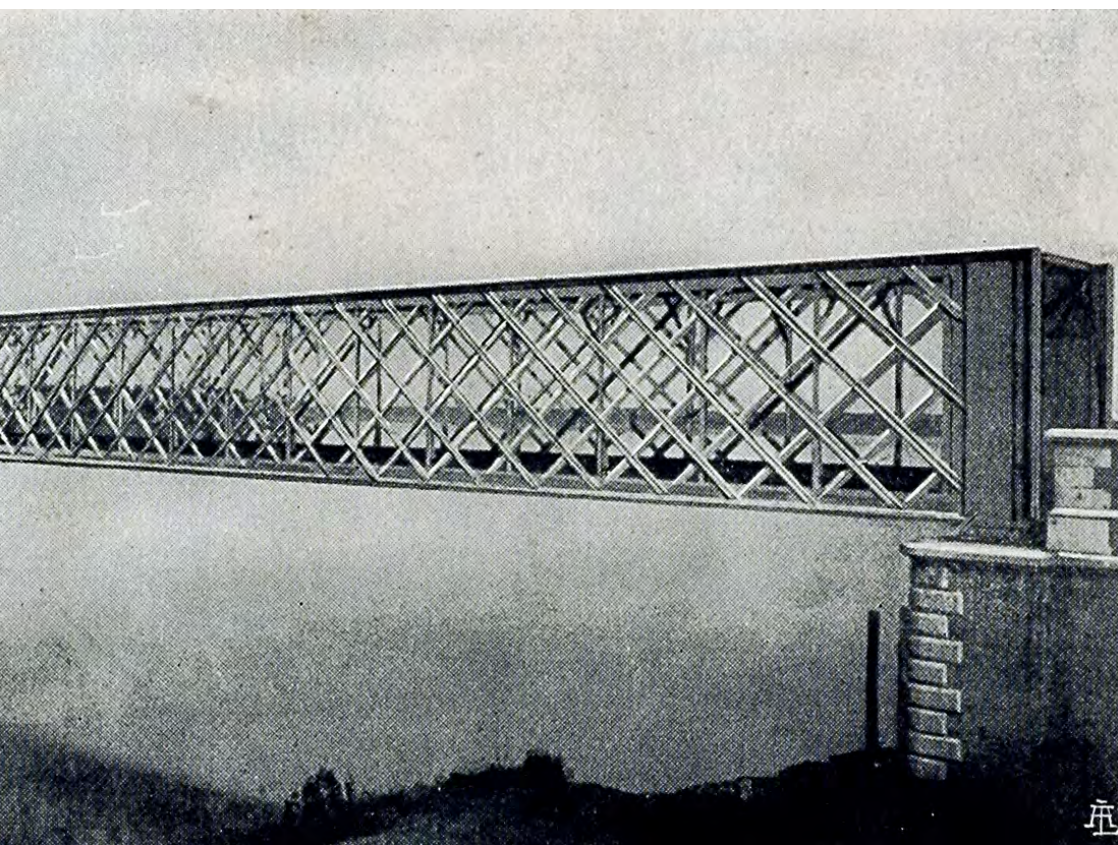




Figure 5.14 : Le pont de Casalmaggiore sur le Pô avec un train régional reliant Parme à Brescia, vue vers l'aval, depuis la rive gauche, en 2021. Les fondations sont d'origine. La plus grande partie du pont franchit la zone inondable.



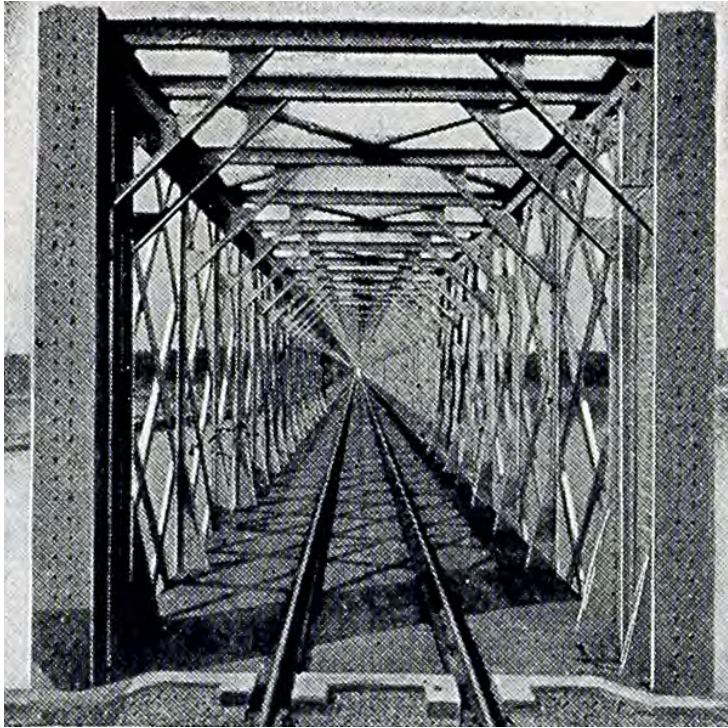


Figure 5.15 : Portail nord du pont de Casalmaggiore sur le Pô, vue depuis la rive gauche, vers 1900 (SNOS, 1914) et en 2021.